

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur dipanjatkan kepada Tuhan Yang Maha Esa atas rahmat-Nya sehingga laporan skripsi "PEMBENTUKAN *LONGEVITY BOND* DENGAN MODEL RENSHAW DAN HABERMAN PADA POPULASI SINGAPURA" dapat diselesaikan dengan baik dan tepat waktu.

Skripsi ini disusun untuk memenuhi persyaratan bagi mahasiswa yang wajib ditempuh sesuai dengan kurikulum Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Pelita Harapan.

Laporan skripsi ini diselesaikan dengan dukungan banyak pihak. Oleh karena itu, saya mengucapkan banyak terima kasih kepada:

1. Bapak Eric Jobiliong, Ph.D., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi
2. Ibu Dr. Nuri Arum Anugrahati, selaku Wakil Dekan Fakultas Sains dan Teknologi
3. Bapak Laurence, S.T., M.T., selaku Direktur Administrasi dan Kemahasiswaan
4. Bapak Kie Van Ivanka Saputra, Ph.D., selaku Ketua Program Studi Matematika
5. Ibu Helena Margaretha, M.Sc., selaku pembimbing skripsi dan pembimbing akademik yang terus memberikan bimbingan, arahan, dan dukungan dalam pengerjaan laporan skripsi maupun pembelajaran materi perkuliahan
6. Bapak Ukur Arianto Sembiring, S.Si., M.Si., selaku co-pembimbing yang telah memberikan saran-saran, arahan, serta dukungan kepada saya dalam pengerjaan laporan skripsi
7. Bapak Ferry Vincenttius Ferdinand, S.Si., S.Inf., M.Pd., M.M., sebagai dosen yang senantiasa memberikan saran dalam kegiatan perkuliahan di Universitas Pelita Harapan baik dalam kegiatan akademik maupun non-akademik
8. Para dosen lain yang telah mendidik dan memberi dukungan dalam proses perkuliahan
9. Keluarga yang telah memberikan banyak dukungan sejak awal perkuliahan

10. Cathlyn Florencia, sebagai teman dan rekan seperjuangan selama berkuliah di Universitas Pelita Harapan baik serta dalam pengerjaan laporan skripsi
11. *Kurang Pocari* yang terdiri dari Cathlyn, Bella, Luisa, Josephine, Xenia, Millania, dan Lilin sebagai teman seperjuangan selama berkuliah di Universitas Pelita Harapan baik dalam kegiatan akademik maupun non-akademik
12. Divisi Sosial KMVB, yang terdiri dari Jennifer Tan, Tresia Anggraini, Shelly Sugianto, dan Ricky Zhang yang telah menjadi teman seperjuangan selama kepengurusan KMVB 2018/2019 dan selalu mendukung penulis selama berkuliah di Universitas Pelita Harapan
13. Jessica Novia, sebagai mentor yang selalu baik hati memberikan arahan dan motivasi selama masa perkuliahan
14. Reynaldi dan Kevin Eleazar Alam, yang telah senantiasa mendukung dan membantu penulis selama masa perkuliahan
15. Christian Felix sebagai penyemangat penulis selama masa perkuliahan dan proses pengerjaan laporan skripsi.
16. Alexandra Kurniawan yang telah menyemangati dan mendengar keluh kesah penulis sejak masuk perkuliahan hingga lulus.
17. Mahasiswa-mahasiswa Program Studi Matematika yang telah menemani penulis selama masa perkuliahan.
18. Semua pihak lainnya yang tidak dapat disebutkan satu per satu.

Akhir kata, penulis menyadari bahwa laporan skripsi ini masih sangat jauh dari kata sempurna. Oleh karena itu, penulis sangat terbuka terhadap kritik dan saran dari pembaca yang dapat membantu membuat laporan skripsi ini menjadi lebih baik lagi. Semoga laporan ini dapat bermanfaat bagi para pembacanya.

Tangerang, 16 Juli 2021

(Stefanie Estella)

DAFTAR ISI

	halaman
HALAMAN JUDUL	
PERNYATAAN DAN PERSETUJUAN UNGGAH TUGAS AKHIR	
PERSETUJUAN DOSEN PEMBIMBING	
PERSETUJUAN TIM PENGUJI TUGAS AKHIR	
ABSTRAK	v
<i>ABSTRACT</i>	vi
KATA PENGANTAR	vii
DAFTAR ISI	ix
DAFTAR GAMBAR	xii
DAFTAR TABEL	xiii
DAFTAR LAMPIRAN	xiv
BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Tujuan Penelitian	4
1.4 Batasan Masalah	4
1.5 Manfaat Penelitian	5
1.5.1 Manfaat Teoritis	5
1.5.2 Manfaat Praktis	5
1.6 Sistematika Penulisan	5
BAB II LANDASAN TEORI	
2.1 Model <i>Survival</i>	7
2.1.1 Peubah Acak <i>Future Lifetime</i>	7
2.1.2 Notasi Aktuaria	9
2.2 <i>Life Tables</i>	10
2.2.1 <i>Central Rate of Death</i>	11
2.2.2 Konsep <i>Exposure</i>	12
2.2.3 <i>Fractional Age Assumptions</i>	12
2.2.3.1 <i>Uniform Distribution of Deaths</i>	12
2.2.3.2 <i>Constant Force of Mortality</i>	13
2.2.4 Hukum De Moivre	14
2.2.5 <i>Makeham's Law of Mortality</i>	14
2.3 Anuitas	15
2.3.1 <i>Discrete Whole life Annuity-Due</i>	15
2.3.2 <i>Discrete Whole Life Immediate Annuity</i>	16
2.3.3 <i>Discrete Term Annuity Due</i>	17
2.3.4 <i>Discrete Term Immediate Annuity</i>	18
2.4 Deret Waktu	18
2.4.1 Model Deret Waktu Stasioner	19

2.4.1.1	Proses Linier Umum	19
2.4.1.2	Model <i>Moving Average</i> (MA)	19
2.4.1.3	Model Autoregresif (AR)	20
2.4.1.4	Model <i>Autoregressive Moving Average</i> (ARMA)	20
2.4.2	Model Deret Waktu Non-Stasioner	20
2.4.2.1	<i>Random Walk</i>	21
2.4.2.2	Model <i>Integrated Autoregressive Moving Average</i> (ARIMA)	21
2.4.3	<i>Model Selection Criteria</i>	21
2.4.3.1	<i>Akaike's Information Criterion</i> (AIC)	22
2.4.3.2	<i>Bayesian Information Criterion</i> (BIC)	22
2.5	Metode <i>Forecasting</i>	22
2.5.1	Model Lee-Carter	23
2.5.1.1	<i>Singular Value Decomposition</i> (SVD)	24
2.5.1.2	Estimasi <i>Maximum Likelihood</i>	26
2.5.2	Model Renshaw dan Haberman (RH)	26
2.5.3	Model <i>Age-Period-Cohort</i> (APC)	27
2.5.4	Model Cairns-Blake-Dowd (CBD)	28
2.5.5	Model M7	29
2.5.6	Model PLAT	30
2.6	Wang <i>Transform</i>	31
2.6.1	<i>Capital Asset Pricing Model</i>	32
2.7	<i>Longevity Bond</i>	33
2.7.1	<i>Longevity Bond</i> dengan <i>Longevity Zeros</i> dan <i>Longevity Swaps</i>	35
2.7.2	<i>Longevity Bond</i> dengan <i>Longevity Zeros</i> dan <i>Forward Contracts</i>	37
2.8	Tinjauan Pustaka	39
BAB III METODE PENELITIAN		
3.1	Pengumpulan Data	41
3.1.1	Data untuk Proyeksi Tingkat Mortalita	41
3.1.2	Data <i>Risk-Free Rate</i> dan <i>Implied Market Price of Risk</i>	43
3.2	Wang <i>Transformation</i>	44
3.3	Model Mortalita Stokastik <i>Generalized Age-Period-Cohort</i> (GAPC)	44
3.4	Harga <i>Longevity Bond</i>	47
3.5	Simulasi Sensitivitas Harga <i>Longevity Bond</i> Akibat Perubahan p_x	48
3.6	Membandingkan kedua metode	49
BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN		
4.1	Persiapan Data E_{xt} dan d_{xt}	50
4.2	Penentuan Model Mortalita Stokastik	51

4.2.1	Penyesuaian Model	51
4.2.2	Analisis Residual Penyimpangan	56
4.2.3	Analisis <i>Goodness-of-fit</i>	61
4.2.4	<i>Forecast</i> Parameter Model RH	62
4.3	Tingkat Mortalita dengan Persamaan Makeham	62
4.4	Metode Gabungan Antara <i>Longevity Zeros</i> dan <i>Longevity Swaps</i>	65
4.5	Metode Gabungan Antara <i>Longevity Zeros</i> dan <i>Forward Contracts</i>	66
4.6	Sensitivitas Harga <i>Longevity Bond</i>	67
BAB V	KESIMPULAN DAN SARAN	
5.1	Kesimpulan	70
5.2	Saran	72

DAFTAR PUSTAKA

LAMPIRAN

DAFTAR GAMBAR

	halaman
Gambar 1.1 Usia Harapan Hidup Penduduk Singapura Tahun 1955-2020	2
Gambar 2.1 <i>Longevity Bond</i> dengan <i>Longevity Zeros</i> dan <i>Longevity Swaps</i>	36
Gambar 3.1 <i>Flowchart</i> Langkah-Langkah Pengerjaan	42
Gambar 4.1 Estimasi Parameter Dari Model LC untuk Tahun 1950-2019	52
Gambar 4.2 Estimasi Parameter Dari Model RH untuk Tahun 1950-2019	53
Gambar 4.3 Estimasi Parameter Dari Model APC untuk Tahun 1950-2019	54
Gambar 4.4 Estimasi Parameter Dari Model CBD untuk Tahun 1950-2019	55
Gambar 4.5 Estimasi Parameter Dari Model M7 untuk Tahun 1950-2019	55
Gambar 4.6 Estimasi Parameter Dari Model PLAT untuk Tahun 1950-2019	56
Gambar 4.7 <i>Heatmap</i> dari residual penyimpangan untuk model LC . . .	57
Gambar 4.8 <i>Heatmap</i> dari residual penyimpangan untuk model RH . . .	58
Gambar 4.9 <i>Heatmap</i> dari residual penyimpangan untuk model APC . .	58
Gambar 4.10 <i>Heatmap</i> dari residual penyimpangan untuk model CBD . .	59
Gambar 4.11 <i>Heatmap</i> dari residual penyimpangan untuk model M7 . . .	60
Gambar 4.12 <i>Heatmap</i> dari residual penyimpangan untuk model PLAT . .	60
Gambar 4.13 Forecast Parameter k_t untuk Model RH	63
Gambar 4.14 Forecast Parameter γ_{t-x} untuk Model RH	63
Gambar 4.15 Perbandingan μ_x untuk LB Tahun 2000 dan 2020	64
Gambar 4.16 Perbandingan <i>Fitted</i> μ_x untuk LB Tahun 2000 dan 2020 . .	65

DAFTAR TABEL

	halaman
Tabel 1.1 Populasi Singapura Pada Tahun 2000 dan 2019	2
Tabel 2.1 Ilustrasi <i>cash flow</i> pada $t = 1$	39
Tabel 2.2 Ringkasan Tinjauan Pustaka	40
Tabel 3.1 <i>Risk-free rate</i> dan <i>implied market price of risk</i> yang akan digunakan dalam mencari harga <i>longevity bond</i> pada tahun 2000	43
Tabel 3.2 <i>Risk-free rate</i> dan <i>implied market price of risk</i> yang akan digunakan dalam mencari harga <i>longevity bond</i> pada tahun 2020	44
Tabel 3.3 Struktur Model yang Dipertimbangkan Dalam Skripsi Ini	45
Tabel 4.1 Gambaran Data d_{xt}	50
Tabel 4.2 Gambaran Data E_{xt}	51
Tabel 4.3 Jumlah Parameter serta Nilai AIC dan BIC pada Setiap Model	61
Tabel 4.4 Model ARIMA Untuk Indeks Waktu dan Indeks Kohort Untuk Model RH	62
Tabel 4.5 Perubahan Harga <i>Longevity Bond</i> pada Tahun 2000	68
Tabel 4.6 Perubahan Harga <i>Longevity Bond</i> pada Tahun 2020	68
Tabel 5.1 Kesimpulan Hasil Harga <i>Longevity Bond</i>	70

DAFTAR LAMPIRAN

	halaman
Lampiran A Persiapan Data	
A.1 Data E_{xt}	A-1
A.2 Data d_{xt}	A-30
Lampiran B Tingkat Mortalita q_{xt} dengan Model Renshaw dan Haberman	
B.1 Tingkat Mortalita yang Disesuaikan (<i>Fitted Mortality Rate</i>)	B-1
B.2 Hasil Proyeksi Tingkat Mortalita	B-35
Lampiran C Data <i>Survivor Index</i>	
C.1 <i>Survivor Index</i> untuk Tahun 2000 dan 2020	C-1
C.2 <i>Survivor Index</i> dengan <i>Longevity Risk</i> untuk Tahun 2000 dan 2020	C-4
Lampiran D <i>Coding R</i>	
D.1 <i>Import</i> Data d_{xt} dan E_{xt}	D-1
D.2 Definisi Model	D-2
D.3 Penyesuaian Model (<i>Model Fitting</i>)	D-3
D.4 Residual Penyimpangan (<i>Deviance Residuals</i>)	D-4
D.5 Analisis <i>Goodness-of-fit</i> : AIC BIC	D-5
D.6 <i>Forecasting</i> dengan Model Mortalita Stokastik	D-6
D.7 <i>Extract</i> Hasil Fitted q_{xt} dan Proyeksi q_{xt}	D-7