BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Di dalam dunia ini, banyak sekali permasalahan yang terjadi dan dapat dimodelkan dengan persamaan diferensial. Persamaan diferensial merupakan salah satu pemodelan yang paling sering digunakan pada keseharian manusia. Persamaan diferensial memiliki beberapa jenis seperti, persamaan diferensial biasa (PDB), persamaan diferensial parsial, persamaan diferensial stokastik, persamaan diferensial dengan waktu tunda, dan lain-lain. Pada penelitian ini, akan diteliti persamaan diferensial dengan waktu tunda.

Dinamika persamaan diferensial biasa dan persamaan diferensial dengan waktu tunda memiliki perbedaan yang signifikan. Persamaan (1.1) merupakan contoh persamaan diferensial biasa [1],

$$f'(t) = -f(t) \tag{1.1}$$

dengan solusi,

$$f(t) = ce^{-t}. \tag{1.2}$$

Terlihat bahwa semakin besar t, $f(t)$ akan semakin kecil menuju nol. Berikut akan diberikan sebuah persamaan diferensial tunda $f'(t) = -f(t-\tau)$, dengan $\tau = 1$, maka

$$f'(t) = -f(t-1). \tag{1.3}$$

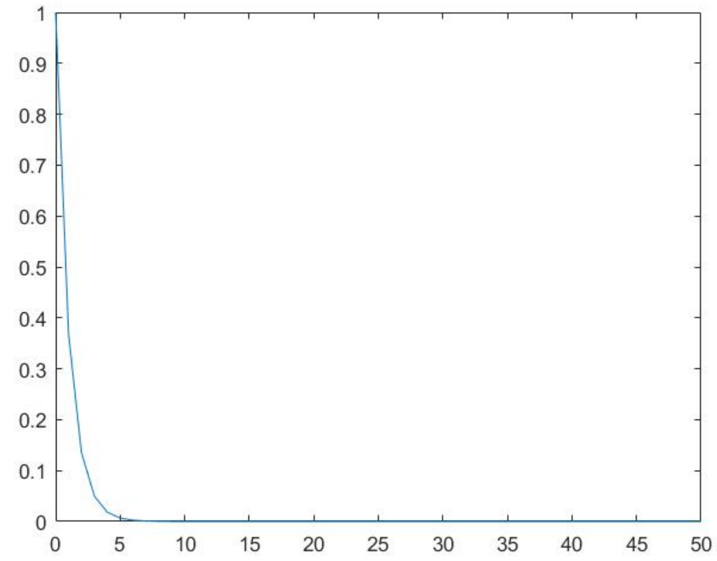
Pandang persamaan (1.3) dengan syarat awal,

$$f(t) = 1, -\tau \leq t \leq 0. \tag{1.4}$$

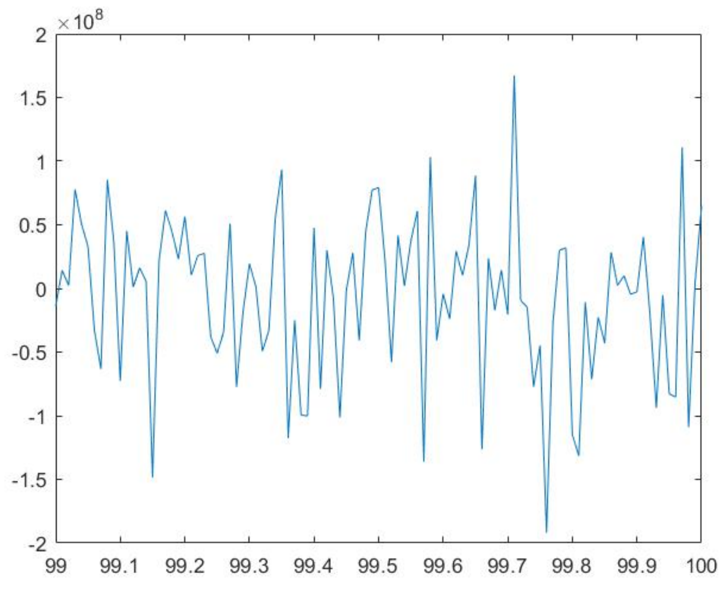
Maka didapat solusi,

$$f(t) = 1 + \sum_{k=1}^{n} (-1)^k \frac{[t-(k-1)]^k}{k!}. \tag{1.5}$$

Dapat terlihat bahwa dengan adanya waktu tunda sebesar satu, dapat memberikan solusi yang sangat berbeda.



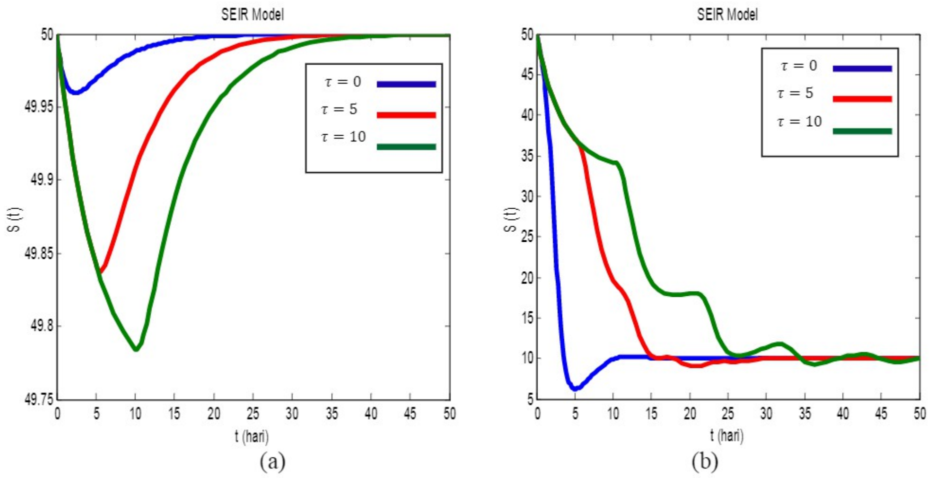
Gambar 1.1 Grafik Solusi Persamaan (1.2) [1]



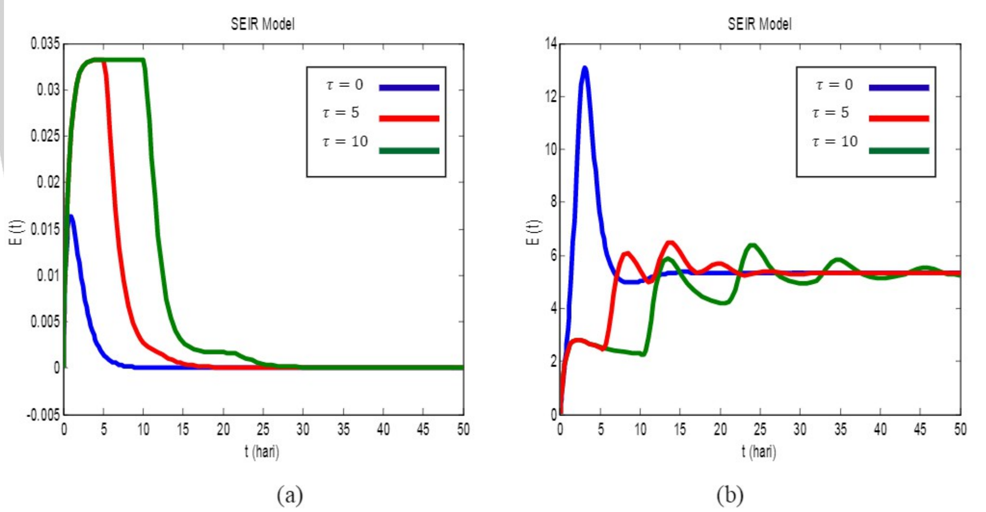
Gambar 1.2 Grafik Solusi Persamaan (1.5) [1]

Dapat disimpulkan dari fenomena Gambar 1.1 dan Gambar 1.2, bahwa waktu tunda dapat mempengaruhi kestabilan suatu titik pada model.

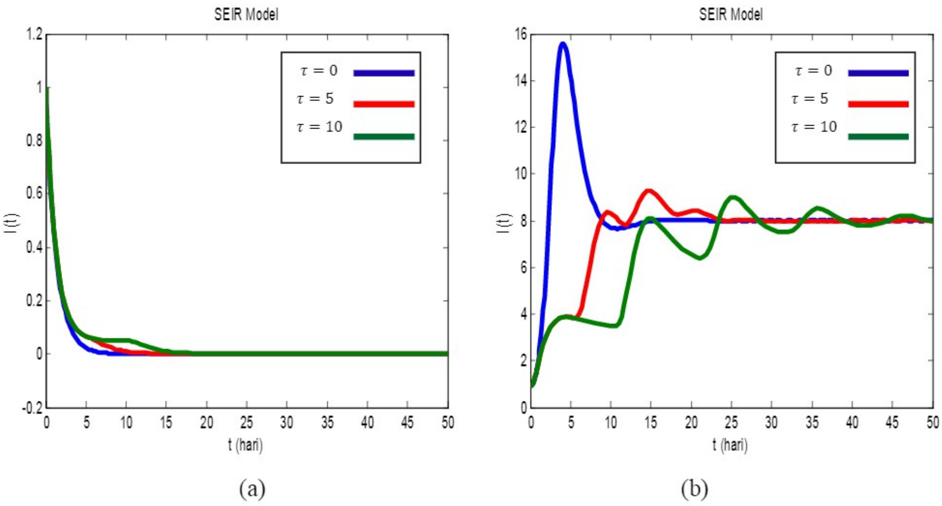
Fenomena berbeda terjadi pada penelitian, Wahyudi Rusdi, Syamsuddin Toaha, dan Jeffry Kusuma yang berjudul Kestabilan Model Epidemik SEIR dengan waktu tunda [2]. Hasil penelitian dapat dilihat pada Gambar 1.3, Gambar 1.4, Gambar 1.5 dan Gambar 1.6 [2].



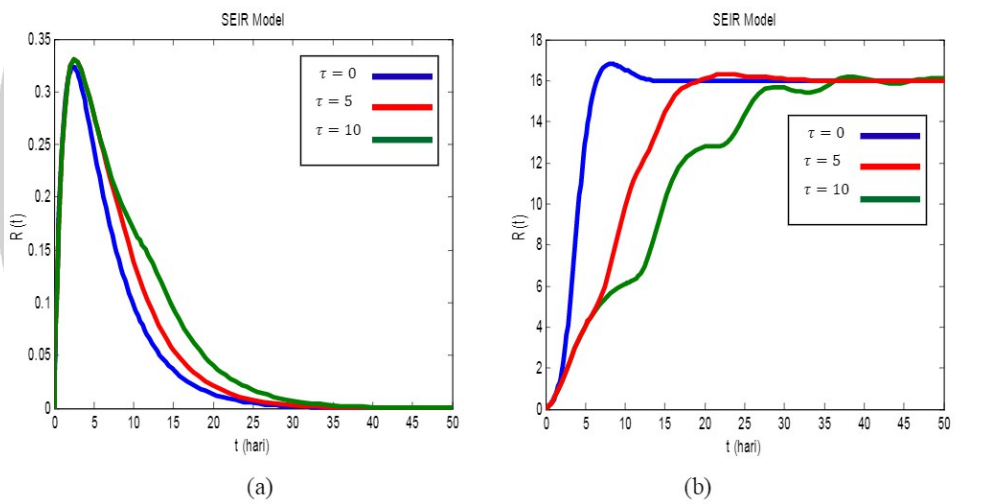
Gambar 1.3 Populasi individu rentan terhadap waktu, dengan $\tau = 0$, $\tau = 5$, $\tau = 10$. (a) $\beta = 0,001$ dan (b) $\beta = 0,1$ [2]



Gambar 1.4 Populasi individu laten terhadap waktu, dengan $\tau = 0$, $\tau = 5$, $\tau = 10$. (a) $\beta = 0,001$ dan (b) $\beta = 0,1$ [2]



Gambar 1.5 Populasi individu terinfeksi terhadap waktu, dengan $\tau = 0$, $\tau = 5$, $\tau = 10$. (a) $\beta = 0,001$ dan (b) $\beta = 0,1$ [2]



Gambar 1.6 Populasi individu sembuh terhadap waktu, dengan $\tau = 0$, $\tau = 5$, $\tau = 10$. (a) $\beta = 0,001$ dan (b) $\beta = 0,1$ [2]

Dapat disimpulkan bahwa, waktu tunda tidak mempengaruhi kestabilan dari model namun mempengaruhi konvergensi dari kestabilan setiap titik kesetimbangan. Terlihat bahwa kurva menuju satu titik yang sama namun mengalami dinamika yang berbeda.

Masalah yang akan dibahas dengan metode persamaan diferensial biasa dengan waktu tunda pada penelitian ini adalah model epidemi *SI*, *SIR*, *SIS*, dan *SIRS*.

Model epidemi didasari pada pemodelan penyakit menular, yakni suatu model yang telah digunakan untuk mempelajari mekanisme penyebaran penyakit, untuk memprediksi masa depan dari wabah tersebut apakah akan menjadi pandemi atau tidak dan menentukan strategi untuk mengendalikan epidemi tersebut.

Ilmuwan pertama yang meneliti sistem ukur penyebab kematian adalah John Graunt. Penelitiannya tertuang dalam buku berjudul "*Natural and Political Observations* yang dibuat berdasarkan *Bills of Mortality*, suatu statistik kematian mingguan yang dirancang untuk memantau penguburan dari tahun 1592 hingga 1595 [3].

Hingga pada tahun 1760, Daniel Bernoulli muncul sebagai orang pertama yang melakukan pemodelan matematika dari penyakit menular. Bernoulli menciptakan model untuk mempertahankan praktek inokulasi terhadap cacar. Penelitian ini, menunjukkan bahwa inokulasi universal terhadap cacar akan meningkatkan harapan hidup dari 26 tahun 7 bulan menjadi 29 tahun 9 bulan [4].

Pada tahun 1927, model epidemi Kermack-McKendrick menggambarkan hubungan antar individu dengan membagi kategori individu ke dalam kompartemen S (*suspectious*) yang menyatakan banyaknya individu yang rentan penyakit, I (*infectious*) yang menyatakanbanyaknya individu yang terinfeksi penyakit, dan R (*removed*) menyatakan individu yang pulih. Dalam perkembangannya, model ini dimodifikasi dengan berbagai asumsi agar dapat menjelaskan berbagai fenomena penyakit yang lebih kompleks.

S(t) merupakan kompartemen yang melambangkan individu rentan atau belum terinfeksi.

I(t) merupakan kompartemen yang melambangkan individu dari populasi yang telah terinfeksi penyakit dan dapat menyebarkan penyakit kepada individu yang rentan.

R(t) merupakan kategori dimana individu-individu terinfeksi tidak dapat lagi menyebarkan penyakit tersebut, baik karena imunisasi, vaksin, pulih ataupun kematian.

Penelitian ini merupakan lanjutan dari penelitian Melyssa Mentari Tjioenata dengan judul "Analisis Model SIRS Penyebaran Demam Berdarah Dengue dengan Metode Runge-Kutta dan Algoritma Genetika" [5]. Pada penelitian ini, akan dilakukan analisis pengaruh waktu tunda terhadap model epidemi dan estimasi terhadap nilai parameter dari model berdasarkan data. Model epidemi yang akan diteliti pada penelitian kali ini adalah model *SI*, *SIR*, *SIS*, dan *SIRS*. Sebelumnya, analisis kestabilan model epidemik sudah beberapa kali dilakukan oleh peneliti lainnya. Artikel mengenai penelitian tersebut akan dibahas pada subbab tinjauan pustaka.

1.2 Rumusan Masalah

Berikut merupakan rumusan masalah yang digunakan pada penelitian ini.

1. Bagaimana model epidemi dengan mempertimbangkan waktu tunda?
2. Bagaimana dinamika sistem pada model epidemi dengan waktu tunda?
3. Bagaimana pengaruh waktu tunda terhadap model epidemi?
4. Bagaimana menerapkan metode Algoritma Genetika pada model untuk mencari parameter, terutama parameter waktu tunda yang sesuai dengan data ?

1.3 Tujuan Penelitian

Berikut merupakan tujuan dari penulisan skripsi.

1. Memodifikasi model epidemi dengan mempertimbangkan waktu tunda.
2. Menganalisa dinamika sistem pada model epidemi dengan waktu tunda.
3. Menunjukkan pengaruh waktu tunda terhadap model epidemi.
4. Menetapkan parameter waktu tunda yang sesuai dengan data dengan menggunakan Algoritma Genetika.

1.4 Batasan Masalah dan Asumsi

Berikut merupakan beberapa batasan masalah dan asumsi yang perlu diperhatikan.

1. Populasi bersifat tertutup, tanpa demografi, artinya tidak ada migrasi serta kelahiran dan kematian.

2. Model epidemi SI, SIR, SIS, dan SIRS menggunakan satu jenis waktu tunda.
3. Model matematika yang akan dicari parameternya adalah model epidemi SI, SIR, SIS dan SIRS.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian diklasifikasikan menjadi dua bagian, yakni manfaat teoritis dan manfaat praktis.

1.5.1 Manfaat Teoritis

Mengetahui pengaruh waktu tunda pada model epidemi sederhana.

1.5.2 Manfaat Praktis

Membuat prosedur untuk mengestimasi parameter pada model berdasarkan data.

1.6 Sistematika Penulisan

Berikut merupakan sistematika penulisan dari skripsi ini.

1. **BAB I: Pendahuluan**

   Bab ini menjelaskan alasan dibalik pemilihan topik, masalah dan tujuan dari penelitian, serta batasan dan asumsi yang digunakan. Bab ini juga menjelaskan manfaat dari penelitian dan diakhiri dengan sistematika penulisan.

2. **BAB II: Landasan Teori**

   Bab ini akan menjelaskan teori-teori dasar yang digunakan pada penelitian. Teori-teori yang akan dijelaskan adalah persamaan diferensial biasa linear, persamaan diferensial biasa nonlinear, model epidemi, metode numerik, dan persamaan diferensial dengan waktu tunda.

3. **BAB III: Metodologi Penelitian**

   Pada bab ini akan dilakukan analisis terhadap kestabilan persamaan diferensial tunda, serta berisikan teori-teori yang dapat membantu penyelesaian skripsi ini.

4. **BAB IV: Model Epidemi dengan Waktu Tunda**

   Pada bab ini akan dijelaskan penelitian yang dilakukan pada skripsi ini.

5. **BAB V: Penutup**

   Bab ini akan membahas kesimpulan hasil analisis terhadap model epidemi dengan waktu tunda berdasarkan hasil yang didapatkan dari bab 4, dan akan dibahas juga ide-ide yang dapat membuat penelitian ini lebih baik lagi.

UNIVERSITAS PELITA HARAPAN
iLovePDF