

# DAFTAR ISI

	halaman
HALAMAN JUDUL	
PERNYATAAN DAN PERSETUJUAN UNGGAH TUGAS AKHIR	
PERSETUJUAN DOSEN PEMBIMBING SKRIPSI	
PERSETUJUAN TIM PENGUJI SKRIPSI	
ABSTRAK . . . . .	v
<i>ABSTRACT</i> . . . . .	vi
KATA PENGANTAR . . . . .	vii
DAFTAR ISI . . . . .	x
DAFTAR GAMBAR . . . . .	xiii
DAFTAR TABEL . . . . .	xv
BABI PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang . . . . .	1
1.2 Rumusan Masalah . . . . .	3
1.3 Tujuan Penelitian . . . . .	3
1.4 Batasan Masalah . . . . .	3
1.5 Manfaat Penelitian . . . . .	4
1.5.1 Manfaat Teoretis . . . . .	4
1.5.2 Manfaat Praktis . . . . .	5
1.6 Sistematika Penulisan . . . . .	5
BAB II LANDASAN TEORI	
2.1 <i>Physics-Informed Neural Network</i> (PINN) . . . . .	7
2.1.1 Jaringan Saraf Tiruan (JST) . . . . .	7
2.1.2 <i>Reverse Mode Automatic Differentiation</i> . . . . .	11
2.1.2.1 <i>Backpropagation</i> . . . . .	13
2.1.3 Model PINN untuk Waktu Kontinu . . . . .	14
2.1.3.1 PINN untuk Pencarian Solusi PDP . . . . .	15
2.1.3.2 PINN untuk Pencarian Parameter PDP . . . . .	16
2.1.4 <i>Frobenius Norm</i> dan Galat Solusi Model . . . . .	17
2.2 Algoritma <i>Optimizer</i> . . . . .	18
2.2.1 Algoritma <i>Limited-Memory</i> Broyden–Fletcher–Goldfarb–Shanno . . . . .	19
2.2.2 Algoritma <i>Stochastic Gradient Descent</i> . . . . .	22
2.2.3 Algoritma <i>Adaptive Moment Estimation</i> . . . . .	23
2.2.4 <i>Learning Rate Scheduler</i> . . . . .	25
2.3 Persamaan Diferensial Parsial . . . . .	26
2.3.1 Persamaan Panas . . . . .	26
2.3.2 Persamaan Korteweg–De Vries . . . . .	28
2.3.3 Masalah <i>Well-Posed</i> pada PDP . . . . .	29
2.4 Tinjauan Pustaka . . . . .	30

BAB III METODOLOGI	
3.1	Transformasi PDP ke dalam Bentuk <i>Loss Function</i> . . . . . 32
3.2	Persiapan Pemodelan PINN . . . . . 33
3.2.1	Pembangkitan Data <i>Training</i> dan <i>Collocation Points</i> . . . . . 34
3.2.2	Persiapan Arsitektur PINN . . . . . 35
3.2.3	Persiapan Perhitungan <i>Loss Function</i> . . . . . 37
3.3	Persiapan <i>Optimizer</i> PINN . . . . . 37
3.3.1	Persiapan <i>Learning Rate Scheduler</i> . . . . . 38
3.3.2	<i>Learning Rate Scheduler</i> Kombinasi . . . . . 39
3.3.3	Penggunaan <i>Learning Rate Scheduler</i> dengan <i>Optimizer</i> SGD dan Adam . . . . . 41
3.4	<i>Training Model</i> . . . . . 42
3.4.1	Iterasi <i>Training Model</i> . . . . . 42
3.4.2	Model <i>Hybrid</i> PINN . . . . . 43
3.4.3	Pengulangan Pemodelan . . . . . 44
3.5	Prediksi Solusi dan Evaluasi Kinerja Model . . . . . 45
3.5.1	Prediksi Solusi . . . . . 45
3.5.2	Evaluasi Kinerja Model . . . . . 46
3.6	Penarikan Kesimpulan . . . . . 47
BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN	
4.1	Aplikasi PINN pada Persamaan Panas . . . . . 49
4.1.1	Masalah Maju pada Persamaan Panas . . . . . 50
4.1.1.1	Analisis Riwayat <i>Loss</i> . . . . . 50
4.1.1.2	Analisis Hasil Prediksi Solusi . . . . . 53
4.1.2	Masalah Invers pada Persamaan Panas . . . . . 56
4.1.2.1	Implementasi Model PINN Waktu Kontinu . . . . . 56
4.1.2.2	Implementasi Model H-PINN . . . . . 58
4.2	Aplikasi PINN pada Persamaan KdV . . . . . 60
4.2.1	Masalah Maju pada Persamaan KdV . . . . . 60
4.2.1.1	Analisis Riwayat <i>Loss</i> . . . . . 60
4.2.1.2	Analisis Hasil Prediksi Solusi . . . . . 63
4.2.2	Masalah Invers pada Persamaan KdV . . . . . 68
4.2.2.1	Implementasi Model PINN Waktu Kontinu . . . . . 69
4.2.2.2	Implementasi Model H-PINN . . . . . 70
4.3	Analisis Implementasi PINN untuk Masalah Maju . . . . . 71
4.4	Analisis Implementasi PINN untuk Masalah Invers . . . . . 74
BAB V PENUTUP	
5.1	Kesimpulan . . . . . 76
5.2	Saran . . . . . 77
5.2.1	Saran Teoretis . . . . . 77
5.2.2	Saran Praktis . . . . . 78



## DAFTAR GAMBAR

	halaman
Gambar 2.1	Arsitektur JST . . . . . 8
Gambar 2.2	Grafik <i>Node</i> ke- $j$ pada <i>Hidden Layer</i> dan <i>Output Layer</i> . . . 9
Gambar 2.3	Contoh Arsitektur JST dengan 1 <i>Input Layer</i> , 1 <i>Hidden Layer</i> , dan 1 <i>Output Layer</i> (Kasus $n = 2$ dan $H = 3$ ) . . . . 11
Gambar 2.4	Contoh Grafik Komputasi yang Menunjukkan Hubungan Antar Variabel Intermediat . . . . . 12
Gambar 2.5	Contoh <i>Backpropagation</i> , Kasus Khusus dari <i>Automatic Differentiation</i> . . . . . 13
Gambar 2.6	Contoh Ilustrasi Arsitektur PINN untuk Persamaan Eikonol 1-Dimensi . . . . . 14
Gambar 2.7	Rekursi L-BFGS . . . . . 21
Gambar 2.8	Algoritma L-BFGS . . . . . 21
Gambar 2.9	Algoritma SGD . . . . . 23
Gambar 2.10	Algoritma Adam . . . . . 24
Gambar 2.11	Grafik Solusi Eksak Persamaan Panas (a) Grafik Solusi dalam 3-Dimensi (b) Grafik Solusi dalam Bentuk <i>Contour Plot</i> . . . . . 27
Gambar 2.12	Grafik Solusi Eksak Persamaan KdV (a) Grafik Solusi dalam 3-Dimensi (b) Grafik Solusi dalam Bentuk <i>Contour Plot</i> . . . . . 29
Gambar 3.1	Diagram Alir Langkah-Langkah Penelitian . . . . . 32
Gambar 3.2	Diagram Alir Langkah-Langkah Persiapan Pemodelan PINN 33
Gambar 3.3	Grafik Nilai Parameter <i>Learning Rate</i> pada Setiap Iterasi <i>Learning</i> . . . . . 41
Gambar 3.4	Diagram Alir Langkah-Langkah <i>Training</i> Model PINN . . . 42
Gambar 4.1	Visualisasi Koordinat Data untuk <i>Training</i> untuk Masalah Maju pada Persamaan Panas (a) Visualisasi Koordinat Data <i>Training</i> dan <i>Collocation Points</i> (b) Visualisasi Koordinat Data <i>Training</i> yang dibangkitkan dari IC, yaitu pada $t = 0$ . . . 51
Gambar 4.2	Grafik Riwayat <i>Loss</i> pada Tahap <i>Training</i> PINN selama $T = 100$ Detik untuk Persamaan Panas . . . . . 51
Gambar 4.3	Grafik Riwayat <i>Loss</i> pada Tahap <i>Training</i> PINN untuk Persamaan Panas Menggunakan Kombinasi SGD dan Adam dengan <i>Scheduler</i> $lrExp$ , $lrPw$ , dan $lrComb$ . . . . . 51
Gambar 4.4	Grafik Riwayat <i>Loss</i> pada Tahap <i>Training</i> PINN selama $T = 100$ Detik sebanyak Lima Kali untuk Persamaan Panas 52
Gambar 4.5	Grafik <i>log</i> Galat Hasil Prediksi Model PINN dengan Adam dan $lrComb$ serta Solusi Skema Numerik untuk Masalah Maju Persamaan Panas . . . . . 55

Gambar 4.6	Grafik Perbandingan Solusi PINN dengan <i>Optimizer</i> Adam dan lrComb, Crank-Nicolson, dan Solusi Eksak untuk Masalah Maju Persamaan Panas . . . . .	55
Gambar 4.7	Visualisasi Koordinat Data untuk <i>Training</i> untuk Masalah Invers pada Persamaan Panas . . . . .	57
Gambar 4.8	Grafik Riwayat Prediksi Nilai $\lambda_{10}^{(1)}$ pada Tahap <i>Training</i> PINN dengan Tiga Tebakan Awal $\hat{\lambda}_{10}^{(1)}$ sebanyak Lima Kali untuk Persamaan Panas . . . . .	57
Gambar 4.9	Visualisasi Koordinat Data untuk <i>Training</i> untuk Masalah Maju pada Persamaan KdV (a) Visualisasi Koordinat Data <i>Training</i> dan <i>Collocation Points</i> (b) Visualisasi Koordinat Data <i>Training</i> yang dibangkitkan dari IC, yaitu pada $t = 0$ . . . . .	61
Gambar 4.10	Grafik Riwayat <i>Loss</i> pada Tahap <i>Training</i> PINN selama $T = 100$ Detik untuk Persamaan KdV . . . . .	61
Gambar 4.11	Grafik Riwayat <i>Loss</i> pada Tahap <i>Training</i> PINN untuk Persamaan KdV Menggunakan Kombinasi SGD dan Adam dengan <i>Scheduler</i> lrExp, lrPw, dan lrComb . . . . .	61
Gambar 4.12	Grafik Riwayat <i>Loss</i> pada Tahap <i>Training</i> PINN selama $T = 100$ Detik sebanyak Lima Kali untuk Persamaan KdV . . . . .	62
Gambar 4.13	Grafik <i>log</i> Galat Hasil Prediksi Model PINN dengan Adam dan lrExp untuk Masalah Maju Persamaan KdV . . . . .	65
Gambar 4.14	Grafik Perbandingan Solusi PINN dengan <i>Optimizer</i> Adam dan lrExp dan Solusi Eksak untuk Masalah Maju Persamaan KdV . . . . .	65
Gambar 4.15	Grafik <i>log</i> Galat Hasil Prediksi Model PINN dengan Adam dan lrExp untuk Masalah Maju Persamaan KdV pada Domain Waktu $-50 < t < 50$ . . . . .	66
Gambar 4.16	Grafik Perbandingan Solusi PINN dengan <i>Optimizer</i> Adam dan lrExp dan Solusi Eksak untuk Masalah Maju Persamaan KdV pada Domain Waktu $-50 < t < 50$ . . . . .	66
Gambar 4.17	Visualisasi Koordinat Data untuk <i>Training</i> untuk Masalah Invers pada Persamaan KdV . . . . .	68

## DAFTAR TABEL

	halaman
Tabel 3.1 Nilai-Nilai Parameter <i>Learning Rate Scheduler</i> untuk SGD dan Adam . . . . .	39
Tabel 4.1 Galat Relatif Solusi Model PINN untuk Persamaan Panas dalam Persentase (%) . . . . .	53
Tabel 4.2 Rata-Rata 500 Hasil Model PINN untuk Parameter Persamaan Panas dengan Tiga Tebakan Awal $\hat{\lambda}_{10}^{(1)}$ . . . . .	58
Tabel 4.3 Rata-Rata 500 Hasil Model H-PINN untuk Parameter Persamaan Panas dengan Tiga Tebakan Awal $\hat{\lambda}_{10}^{(1)}$ . . . . .	59
Tabel 4.4 Galat Relatif Solusi Model PINN untuk Persamaan KdV dalam Persentase (%) . . . . .	63
Tabel 4.5 Rata-Rata 500 Hasil Model PINN untuk Parameter Persamaan KdV dengan Tiga Tebakan Awal $\hat{\lambda}_{10}^{(2)}$ dan $\hat{\lambda}_{20}^{(2)}$ . . . . .	70
Tabel 4.6 Rata-Rata 500 Hasil Model H-PINN untuk Parameter Persamaan KdV dengan Tiga Tebakan Awal $\hat{\lambda}_{10}^{(2)}$ dan $\hat{\lambda}_{20}^{(2)}$ . . . . .	71

