

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Seiring dengan perkembangan sains dan teknologi, semakin dibutuhkannya pemodelan matematika yang dapat mengaproksimasi realitas berdasarkan hukum fisika. Dengan adanya suatu pemodelan matematis, manusia dapat memahami dunia dengan lebih baik dengan melakukan eksperimen menggunakan model yang dibuat. Salah satu pemodelan matematika yang umum dikembangkan merupakan Persamaan Diferensial Biasa (PDB).

Persamaan Diferensial Biasa (PDB) adalah jenis persamaan diferensial yang melibatkan satu variabel bebas dan satu atau lebih turunan fungsi terhadap variabel tersebut. PDB digunakan secara luas untuk memodelkan berbagai fenomena fisis, seperti dinamika populasi, gerak partikel, pertumbuhan penyakit, serta proses kimia dan termal dalam berbagai sistem [1]. Dalam praktiknya, banyak PDB yang tidak memiliki solusi analitik sehingga metode numerik menjadi pendekatan yang umum digunakan.

Seiring berkembangnya teknologi komputasi dan kecerdasan buatan, pendekatan berbasis pembelajaran mesin telah mulai diterapkan dalam penyelesaian PDB. Salah satu pendekatan inovatif yang muncul adalah *Physics-Informed Neural Network* (PINN), yaitu metode jaringan saraf tiruan yang dirancang agar solusi yang dihasilkan tidak hanya menyesuaikan data, tetapi juga memenuhi hukum fisika yang mendasari sistem dalam bentuk persamaan diferensial [2]. Metode ini memasukkan bentuk eksplisit dari PDB atau PDP ke dalam fungsi *loss*, sehingga solusi dari jaringan saraf juga memenuhi bentuk diferensial dari sistem tersebut.

Dalam literatur, penerapan PINN lebih banyak difokuskan untuk menyelesaikan persamaan diferensial parsial (PDP), seperti persamaan panas, Navier-Stokes, dan Schrödinger, baik untuk masalah maju maupun invers [2] [3]. Namun, penerapan PINN dalam konteks persamaan diferensial biasa (PDB) masih belum banyak dibahas secara luas, padahal PDB sering kali menjadi komponen dasar dalam model yang lebih kompleks. Selain itu, metode PINN berpotensi mengatasi kelemahan metode numerik klasik, seperti keterbatasan stabilitas atau kebutuhan akan diskretisasi yang sangat halus.

Oleh karena itu, pada penelitian ini, akan dikaji penggunaan PINN untuk menyelesaikan berbagai bentuk PDB, termasuk persamaan orde satu, orde dua, dan

sistem PDB. Studi ini diharapkan dapat memperluas aplikasi PINN dan memberikan alternatif penyelesaian yang lebih fleksibel dan adaptif terhadap perubahan struktur persamaan atau kondisi awal.

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang yang telah disampaikan sebelumnya, maka perumusan masalah dalam penelitian ini dapat dirancang sebagai berikut:

1. Bagaimana cara mencari solusi PDB dengan menggunakan PINN?
2. Bagaimana PINN dapat digunakan untuk mencari solusi numerik PDB linier dan solusi numerik PDB non-linier?
3. Apakah *first integral* dapat digunakan untuk mencari solusi numerik PDB?

## 1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan dengan rumusan masalah yang telah dikemukakan, maka tujuan dari penelitian ini dapat dirumuskan sebagai berikut:

1. Mencari solusi PDB dengan menggunakan PINN.
2. Mencari solusi numerik PDB linier dan non-linier dengan menggunakan PINN.
3. Mencari solusi numerik PDB dengan menggunakan *first integral*.

## 1.4 Batasan Masalah

Dalam memastikan ruang lingkup penelitian tetap terarah dan sesuai dengan tujuan yang ingin dicapai, ditetapkan sejumlah batasan masalah yang menjadi acuan selama pelaksanaan penelitian. Adapun batasan-batasan tersebut dirumuskan sebagai berikut:

1. Model PINN yang digunakan meliputi model *continuous time*.
2. PDB yang digunakan adalah PDB orde satu non-linier, sistem PDB linier, dan sistem PDB non-linier.

3. Untuk penyelesaian PDB, perbandingan solusi model PINN dengan solusi numerik meliputi penggunaan skema numerik Runge-Kutta Orde 4.
4. *Collocation points* dan *data training* dibangkitkan secara teratur dari domainnya.
5. Implementasi model dilakukan menggunakan Python 3.11 dengan PyTorch 2.7.0 di Jupyter Notebook dan Google Colaboratory.

## 1.5 Manfaat Penelitian

Penelitian ini memberikan manfaat yang dapat dilihat dari dua bagian, yaitu manfaat teoritis dan manfaat praktis. Penjelasan dari masing-masing manfaat tersebut adalah sebagai berikut:

### 1.5.1 Manfaat Teoretis

1. Dapat didalami pengembangan PINN untuk mencari solusi dan parameter dari suatu PDB.
2. Dapat mengetahui kinerja dari PINN dalam mencari solusi PDB numerik.
3. Sebagai bahan kajian untuk studi selanjutnya yang berkaitan dengan pengembangan *deep learning* untuk mencari solusi numerik persamaan diferensial.

### 1.5.2 Manfaat Praktis

1. PINN yang dikembangkan dengan algoritma *optimizer* optimal dapat digunakan untuk mencari solusi suatu PDB yang lain.
2. PINN yang dikembangkan dengan algoritma *optimizer* optimal dapat digunakan untuk mencari parameter suatu PDB dengan diberikannya suatu data observasi.
3. Membantu peneliti lainnya untuk mengetahui langkah-langkah dalam pengembangan PINN.

## 1.6 Sistematika Penulisan

Pada bab-bab berikutnya, akan dikaji beberapa poin sebagai berikut:

### 1. BAB I - PENDAHULUAN

Bab ini menguraikan latar belakang yang menjadi pijakan utama dalam pelaksanaan penelitian, serta merumuskan permasalahan berdasarkan konteks yang telah dijabarkan. Selanjutnya, dijelaskan tujuan penelitian yang hendak dicapai, ruang lingkup permasalahan yang dibatasi secara eksplisit, manfaat yang dapat diperoleh baik dari sisi teoritis maupun praktis, serta penyajian sistematika penulisan sebagai panduan dalam memahami isi keseluruhan dokumen.

### 2. BAB II - LANDASAN TEORI

Pada bab ini, dibahas notasi dan istilah penting yang digunakan dalam proses penelitian, disertai dengan uraian teori-teori yang relevan sebagai dasar penyusunan metode. Cakupan teori meliputi kajian terhadap Persamaan Diferensial Biasa (PDB), pendekatan solusi baik secara analitik maupun numerik, arsitektur Jaringan Saraf Tiruan (JST), serta pendekatan *Physics-Informed Neural Network* (PINN). Di akhir bab ini, ditampilkan pula rangkuman kajian pustaka dari beberapa penelitian terdahulu yang menjadi landasan penting dalam pengembangan model penelitian.

### 3. BAB III - METODOLOGI

Bab ini menyajikan tahapan sistematis dari pelaksanaan penelitian yang ditujukan untuk mencapai tujuan yang telah dirumuskan. Secara umum, metodologi digambarkan melalui sebuah diagram alir guna memberikan ilustrasi alur penelitian. Masing-masing tahap dalam alur ini kemudian dijelaskan secara mendalam dalam subbab-subbab, termasuk persiapan arsitektur model, pemilihan data, fungsi *loss*, dan proses optimisasi model PINN.

### 4. BAB IV - HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini ditampilkan seluruh hasil yang diperoleh dari eksperimen dan pelatihan model, serta analisis terhadap performa dari masing-masing model yang dibangun. Pembahasan dilakukan dengan membandingkan hasil prediksi PINN terhadap solusi analitik atau solusi numerik, termasuk evaluasi terhadap akurasi model berdasarkan nilai *error* dan grafik yang dihasilkan.

## 5. **BAB V - PENUTUP**

Bab ini merangkum kesimpulan dari hasil dan pembahasan yang telah dilakukan sepanjang penelitian. Selain itu, dikemukakan pula berbagai keterbatasan yang ditemukan selama proses penelitian serta beberapa saran atau rekomendasi untuk penelitian lanjutan yang dapat memperbaiki atau mengembangkan pendekatan yang telah dilakukan.

